

# אוניברסיטת ת"א סמסטר ב' תש"ע

## מבני נתונים – תרגיל מס. 8

1. בכיתה ראינו אלגוריתם ליניארי המממש פעולת select ע"י חלוקת הקלט לחמישיות.
  - א. מהי סיבוכיות זמן הריצה כאשר מחלקים את איברי הקלט לקבוצות בנות 7 איברים?
  - ב. מהי סיבוכיות זמן הריצה כאשר מחלקים את איברי הקלט לקבוצות בנות 3 איברים?
2. נתונה פעולת median(A) המקבלת מערך A באורך n ומוצאת את החציון בזמן  $O(n)$ .
  - א. ממשו בעזרת פעולה זו אלגוריתם select(A,k) המקבל מערך A באורך n ומספר שלם k ומחזיר את האיבר ה-k. **אין להשתמש** באלגוריתם שנלמד בכיתה.
  - ב. נתחו את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שהצעתם.
3. נתונה טבלת Hash בגודל m המשמשת לאחסון n איברים,  $m \leq n/2$ . התנגשויות נפתרות ע"י open addressing.
  - א. בהנחת ה-uniform hashing, הראו כי עבור  $i = 1, 2, \dots, n$ , ההסתברות שמספר הבדיקות הדרושות להכנסה ה-i גדול ממש m-k היא לכל היותר  $2^{-k}$ .
  - ב. הראו שעבור  $i = 1, 2, \dots, n$ , ההסתברות שההכנסה ה-i דורשת יותר מאשר  $2 \log n$  בדיקות היא לכל היותר  $1/n^2$ .
  - ג. יהי  $X_i$  משתנה מקרי המציין את מספר הבדיקות הדרושות להכנסה ה-i. בסעיף ב' הראיתם כי  $\Pr[X_i > 2 \log n] \leq 1/n^2$ . יהי X מ"מ המציין את מספר הבדיקות המקסימאלי הדרוש להכנסה כלשהי מבין n ההכנסות. הראו כי  $\Pr[X > 2 \log n] \leq 1/n$ .

השתמשו לשם כך בחסם האיחוד -

$$P\left(\bigcup_i A_i\right) \leq \sum_i P(A_i).$$
4. נתונה טבלת hash עם  $m=11$  כניסות. כמו כן נתונות שתי פונקציות:  
 $h_1(\text{key}) = \text{key} \bmod m$   
 $h_2(\text{key}) = \{\text{key} \bmod (m-1)\} + 1$ 
  - א. הכניסו את המפתחות {11,3,7,22,18,33} לטבלה לפי הסדר (משמאל לימין) בעזרת:
    1. Linear probing - התא ה-i שנבדוק עבור המפתח k הוא:  
 $h(k,i) = (h_1(k) + i) \bmod m$
    2. Double hashing - פונקצית hash  $h_1$  ופונקצית המרווח  $h_2$  היא פונקצית המרווח. כלומר התא ה-i שנבדוק למפתח k הוא:  
 $h(k,i) = (h_1(k) + i * h_2(k)) \bmod m$
  - ב. מה יקרה אם בסעיף א' נשתמש ב- $h_2$  כפונקצית ה hash וב- $h_1$  כפונקצית המרווח, כלומר  $h(k,i) = (h_2(k) + i * h_1(k)) \bmod m$
  - ג. כאשר  $\text{GCD}(h_{\text{step}}(k), m) = 1$  עבור כל k (הפונקציה  $h_{\text{step}}()$  היא פונקצית המרווח) התופעה בסעיף ב' אינה יכולה להתרחש. מדוע?.